**Handout: Kombinatorik II (Permutation)**

**Kombinatorik Übersicht** 

**Grundlegende Begriffe**

* **Kombinatorik**: Rechenregeln, zur Ermittlung der Anzahl unterschiedlicher Möglichkeiten, die sich bei der Anordnung bestimmter Objekte ergeben.
* **Permutation**: In der Kombinatorik versteht man unter Permutation eine *Anordnung von Objekten in einer bestimmten Reihenfolge*. Abhängig davon, ob die Objekte mehrfach auftreten, spricht man von Permutation *mit oder ohne Wiederholung*.
* **Fundamentales Abzählprinzip**: Kann man einen k-fach wiederholten Vorgang zunächst auf $n\_{1}$ Weisen, danach auf $n\_{2}$ Weisen, zuletzt auf $n\_{k}$ Weisen ausführen, dann gibt es

$n=n\_{1}×n\_{2}×…n\_{k}$ Weisen zur Ausführung des gesamten Vorgangs

* $n=n\_{1}×n\_{2}×…n\_{k}$
* **Fakultät**: Die Fakultät n! einer natürlichen Zahl n ist die Abkürzung für das Produkt der natürlichen Zahlen, angefangen bei $n$ bis zu $1$.
* $n! = n×\left(n-1\right)×\left(n-2\right)×…1$
* Beachte: $0!=1$

**Permutation mit & ohne Wiederholung**

* **Permutation ohne Wiederholung (n = k):** $n!$

Entnimmt man beispielsweise einer Urne mit n wohlverschiedenen Elementen nacheinander k Elemente, so lassen sich die entnommenen k Elemente auf verschiedene Weisen anordnen.

Nimmt man jedes Element nach Entnahme aus der Urne raus und zieht $n=k$ mal, so existieren $N=n!$ verschiedene Anordnungen.

* **Permutation (Variation) ohne Wiederholung (n > k):** $\frac{n!}{\left(n-k\right)!}$

Entnimmt man beispielsweise einer Urne mit n wohlverschiedenen Elementen nacheinander $k$ Elemente (wobei $n>k$), so lassen sich die entnommenen $k$ Elemente auf $\frac{n!}{\left(n-k\right)!}$ verschiedene Weisen anordnen.

* **Permutation (Variation) mit Wiederholung**: $n^{k}$

Legt man jedes Element nach Entnahme wieder in die Urne zurück und zieht $n=k$ mal, so existieren $n^{k}$ verschiedene Anordnungen.

**Problembeispiele**

* **Blockpermutation**

Man will eine Trilogie (3), eine Tetralogie (4) und einen Zweiteiler (2) in einem Bücherregal so anordnen, dass die zusammengehörigen Bände beisammen stehen.

3!4!2! = 288 Kombinationen, in denen sich die Bücher innerhalb der festgelegten

 Blöcke anordnen lassen

3!4!2!3! = 1728 Kombinationen, in denen sich die Bücher und die Blöcke anordnen lassen



* **Ringpermutation**

In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können 8 Figuren auf einem Karussell angeordnet werden?

Die erste Figur kann auf jeder der 8 Positionen angeordnet werden, somit verbleiben 7 weitere Plätze, also 7! (= 5040) Reihenfolgen

Die Reihenfolgen auf dem runden Karussell sind unabhängig von der absoluten Position

$(n-1)!$ verschiedene Anordnungen der Elemente ($n$)



* **Nicht wohlverschiedene Elemente**

Alle gleichen Elemente kann man zu Gruppen ($m$) zusammenfassen (dafür gilt $m<n$)

Gesucht wird die Anzahl aller möglichen verschiedenen Anordnungen, die man aus den drei Ziffern $\{2,3,3\}$ bilden kann

Aus den gleichen Elementen m {3,3} kann man 2! (= 2) Folgen bilden

Die verschiedene Folgen ergeben sich aus: $\frac{alle Folgen}{gleiche Folgen}$ $\rightarrow $ in diesem Fall: $\frac{6}{2}=3$

