

ANOVA für abhängige Stichproben

Can Gedik, Pia Seekamp, Anna-Louisa Euler, Elisabeth Gerhards

Einfaktorielle rmANOVA

- **Fragestellung:** Hat die UV einen Einfluss auf die AV?
- Überprüfung von Unterschiedshypothesen
- AV: stetig und intervallskaliert
- UV: nominal- oder ordinalskaliert
- Vorliegen mehrerer Messzeitpunkte (>2) „repeated measures“
 - Betrachten **derselben** Merkmalsträger
 - Unterschiede **innerhalb** von Probanden zu mehreren Messzeitpunkten
- Strengere Voraussetzungen → "**schärfere**" **Testung**

Voraussetzungen

- Abhängige Beobachtungen
- Normalverteilung der Fehler innerhalb einer Person (Erwartungswert = 0)
- **Sphärizitätsannahme**
 - Verletzt: schnellere Signifikanzen
- Prüfung: Mauchly-Test
 - Wenn verletzt: Greenhouse-Geisser / Huynh-Feldt-Korrektur
 - Malte: Korrektur **immer** anwenden!

Lineares Modell

$$x_{ij} = \mu + \alpha_j + e_i + \alpha_j \times e_i$$

- μ = Populationswert, der **theoretisch** für alle gleich ist
- α_j = Effekt des Treatments
- e_i = Zufallsschwankung zwischen Personen
- $\alpha_j \times e_i$ = Zufallsschwankung pro Person und Faktorstufe

Quadratsummenzerlegung

- $Q_{\text{Stot}} = Q_{\text{Zwischen}} + Q_{\text{Innerhalb}}$
- $Q_{\text{Innerhalb}} = Q_{\text{Treatment}} + Q_{\text{Fehler}}$
- QS Treatment: Streuung durch Wirkung des Faktors
- QS Fehler: **individuelle** Schwankungen innerhalb der Person → Interaktion zwischen Person und Faktorstufe
 - Fehler also spezifisch für **bestimmte** Person auf **bestimmter** Faktorstufe

QS Innerhalb

- QS Zwischen: Unterschiede zwischen MW der einzelnen Personen zum Mittelwert aller
- **QS Innerhalb**: Abweichung der Werte jeder einzelnen Person von **ihrem** Mittelwert
- QS Treatment: Abweichung der Mittelwerte der einzelnen Faktorstufen und G-Quer (Effekt des Treatments)
- QS Fehler: Abweichung der Differenz der einzelnen Messung vom Personenmittelwert vom Unterschied zwischen Stufenmittelwert und G-Quer

Berechnung der Freiheitsgrade

- $df \text{ (tot)} = n \cdot p - 1$
- $df \text{ (zwischen)} = n - 1$
- $df \text{ (innerhalb)} = n \cdot (p - 1)$
- $df \text{ (treat)} = p - 1$
- $df \text{ (Fehler/A x e)} = (n - 1) \cdot (p - 1)$

- $n =$ Anzahl der getesteten Personen
- $p =$ Anzahl der Messwiederholungen

Berechnung der Populationsvarianzen

Populationsvarianzen (sigma dach) = QS geteilt durch
zugehörige Freiheitsgrade

$$\hat{\sigma}_{Tot}^2 = \frac{QS_{Tot}}{df_{tot}}$$

$$\hat{\sigma}_{Zwischen}^2 = \frac{QS_{Zwischen}}{df_{Zwischen}}$$

$$\hat{\sigma}_{Innerhalb}^2 = \frac{QS_{Innerhalb}}{df_{Innerhalb}}$$

$$\hat{\sigma}_{Fehler/Axe}^2 = \frac{QS_{Fehler/Axe}}{df_{Fehler/Axe}}$$

$$\hat{\sigma}_{Treat}^2 = \frac{QS_{Treat}}{df_{Treat}}$$

F-Verteilung und die Prüfgröße F

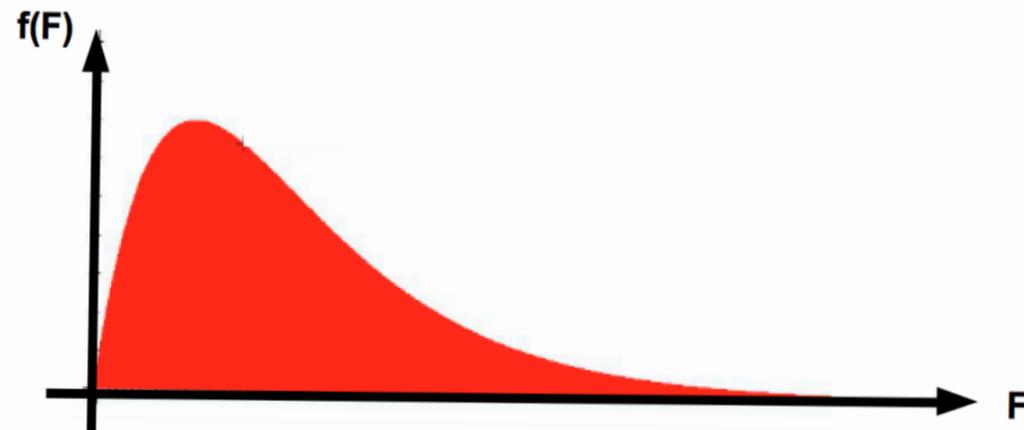
- Annahme: Treatment hat keinen Effekt, wenn die Varianz des Messfehlers gleich der Varianz zwischen den Treatmentstufen ist

$$\hat{\sigma}_{Treat}^2 \stackrel{\Delta}{=} \hat{\sigma}_{Fehler}^2$$

- Prüfgröße F = Populationsvarianz des Treatments durch Populationsvarianz des Fehlers

$$F = \frac{\hat{\sigma}_{Treat}^2}{\hat{\sigma}_{Fehler}^2}$$

- nicht die Fehlervarianz zwischen den einzelnen Versuchspersonen, sondern innerhalb einer Versuchsperson (Residualvarianz)
- Prüfgröße ist F-verteilt (Form abhängig von Zähler- und Nennerfreiheitsgraden)



p-Wert und Signifikanz

- Signifikanzniveau vorher festgelegt
- $p(F)$ (Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von F) wird ermittelt

$\alpha \geq 0.05$ → statistisch nicht signifikant

$\alpha < 0.05$ → statistisch signifikant

$\alpha < 0.01$ → statistisch hochsignifikant

→ **Beruh** Unterschiedlichkeit zwischen den einzelnen Faktorstufen auf einem echten Effekt des Faktors?

Varianzaufklärung

- Dasselbe Prinzip wie bei der unabhängigen ANOVA
- Unterschied bei Fehler und Treatment: QS Innerhalb als Referenz
- Faustregeln:
 - $R^2 < 0,5$ --> Kleine Varianzaufklärung
 - $R^2 < 0,8$ --> Mittlere Varianzaufklärung
 - $R^2 > 0,8$ --> Große Varianzaufklärung

$$\eta^2_{Innerhalb} = \frac{QS_{Innerhalb}}{QS_{Tot}}$$

$$\eta^2_{Zwischen} = \frac{QS_{Zwischen}}{QS_{Tot}}$$

$$\eta^2_{Fehler} = \frac{QS_{Fehler}}{QS_{Innerhalb}}$$

$$\eta^2_{Treat} = \frac{QS_{Treat}}{QS_{Innerhalb}}$$

Recap: ANOVA vs. rmANOVA

ANOVA	rmANOVA
Ein Messzeitpunkt	Mehrere Messzeitpunkte
Betrachten verschiedener Merkmalsträger	Betrachten derselben Merkmalsträger
QS-Zwischen im Fokus	QS-Innerhalb im Fokus
	Strengere Voraussetzungen



Wenn anwendbar, dann ist die rmANOVA das
wünschenswertere Versuchsdesign, da
statistisch vorhandene Effekte besser getestet
werden!

Vor- und Nachteile

Vorteile: (+)

Kleinere Stichprobe nötig

Statistisch korrekte Auswertung zeitlicher Unterschiede

Reduzierung der Fehlervarianz

Keine Testung der Varianzhomogenität

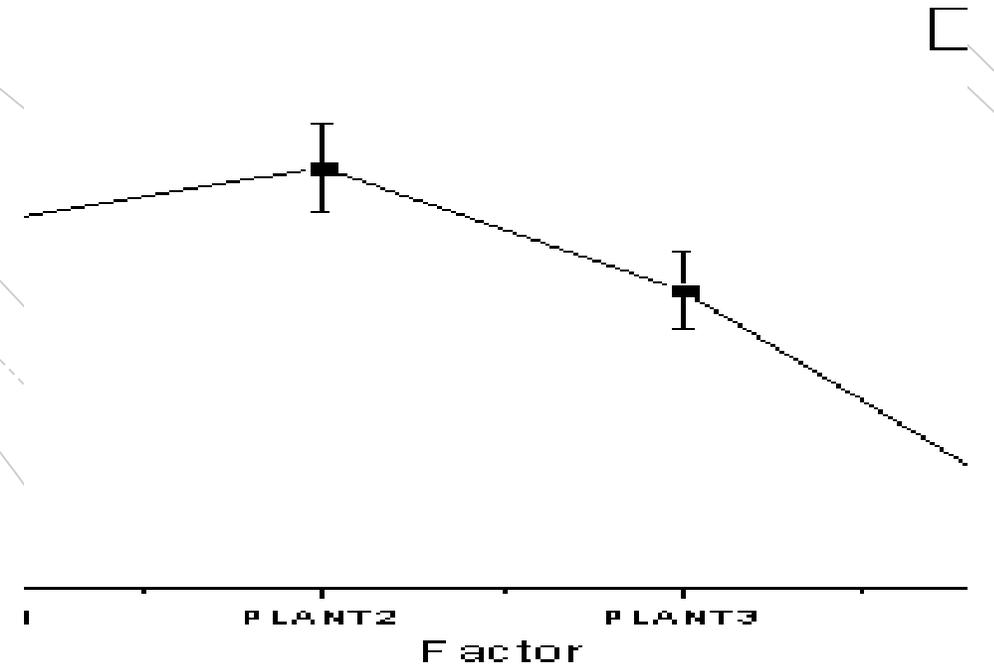
Nachteile: (-)

Anspruchsvollere Voraussetzungen als bei der ANOVA für unabhängige Daten

Ausfall einer Versuchsperson wirkt sich auf alle Stufen aus

Darstellung von Mittelwerten

Mittelwertepplot



A red speech bubble with a white outline and a white drop shadow, pointing downwards. The text inside is white and centered.

Vielen Dank für eure
Aufmerksamkeit!

Quellen

- Malte Videos zur ANOVA
(https://iversity.org/de/my/courses/primer-varianzanalyse/lesson_units ; 03.12.19)
- Bernhard Both: SPSS Skript für Einsteiger – Version 1.5
([http://methodenlehre.org/images/download//Lehre/S2010/SPSSKurs/bboth/final/SPSS Skript Version 01_05.pdf](http://methodenlehre.org/images/download//Lehre/S2010/SPSSKurs/bboth/final/SPSS_Skript_Version_01_05.pdf) ; 03.12.19)
- [http://viles.uni-oldenburg.de/navtest/viles2/kapitel03 Hypothesentests/modul04 Test~l~lRegression~l~lKorrelationskoeffizienten/ebene01 Konzepte~l~lDefinitionen/03_04_01_01.php3](http://viles.uni-oldenburg.de/navtest/viles2/kapitel03_Hypothesentests/modul04_Test~l~lRegression~l~lKorrelationskoeffizienten/ebene01_Konzepte~l~lDefinitionen/03_04_01_01.php3) (03.12.19)